

SZILÁRD TÉRFOGATI RADIOAKTÍV MINTÁK AKTIVITÁSÁNAK MODELLFÜGGETLEN MEGHATÁROZÁSA GAMMA-SPEKTROMETRIA SEGÍTSÉGÉVEL

Csóka Péter* és Veres Gábor

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Fizikai és Csillagászati Intézet
1053 Budapest, Egyetem tér 1–3.

[*csoka.peter.05@gmail.com](mailto:csoka.peter.05@gmail.com)

A kézirat beérkezett: 2025.03.15.

Közlésre elfogadva: 2025.05.19.

The precise knowledge of the activity of extended radioactive samples is an important issue affecting multiple scientific fields. We have developed a procedure that, using only experimental steps and geometric considerations, allows for highly accurate determination of the activity of an arbitrary sample with an unknown composition and partial self-absorption. Our measurements were conducted using the high-purity germanium semiconductor detector of the Department of Atomic Physics at Eötvös Loránd University (ELTE) in a low-background chamber.

First, we performed measurements on small reference samples with known activity to later apply the results – primarily detector efficiencies and the absorption properties of the sample – to the measurement of extended samples. As part of this, we determined an experimental efficiency curve characteristic of a specific geometric arrangement, using a ^{60}Co sample with known activity and a ^{226}Ra sample with unknown activity. These allowed us to determine the activity of additional point-like radiation sources, enabling the examination of extended samples through gamma radiation at multiple energies.

In addition to our measurements, we developed a simulation that, considering the measurement results and the geometric relationships of the setup, can determine the self-absorption properties of extended samples and the detector's solid angle relative to the sample. This simulation makes it possible to extend the developed method to different configurations.

Keywords: Gamma-spectrometry, Activity measurements, Model-independent methods, Semiconductor detector

A szilárd térfogati radioaktív minták aktivitásának pontos ismerete több tudományterületet érintő fontos kérdés. Egy olyan eljárást dolgoztunk ki, mellyel kizárólag kísérleti lépéseket és geometriai megfontolásokat alkalmazva, nagy pontossággal meghatározható egy tetszőleges, ismeretlen izotópösszetételű, részben öneltelítő minta aktivitása. Méréseinket az ELTE Atomfizikai Tanszékének nagy tisztaságú germánium félvezető detektorával végeztük, alacsony háttérű mérőkamrában.

Először kis méretű és ismert aktivitású etalon mintákkal végeztünk méréseket, hogy később az ebből nyert eredményeket – elsősorban detektor hatásfokokat és a minta elnyelési tulajdonságait – alkalmazhassuk szilárd térfogati radioaktív minták mérésénél. Ennek része volt egy adott geometriai elrendezésre jellemző hatásfokgörbe kísérleti úton történő meghatározása, melyhez egy már ismert aktivitású ^{60}Co etalon, pontforrást és egy ismeretlen aktivitású ^{226}Ra mintát használtunk. Ezek segítségével további pontszerű sugárforrások aktivitását is

meghatároztuk, mely lehetőséget adott szilárd térfogati radioaktív minták gamma-sugárzással, többféle energián történő átvilágítására.

Méréseink mellett létrehoztunk egy szimulációt, amely mérési eredmények és az elrendezés geometriai viszonyainak figyelembevételével képes meghatározni szilárd térfogati radioaktív minták önelnyelődési tulajdonságait és a detektor térszögét a mintára nézve. Ezen szimuláció segítségével különböző elrendezésekre is kiterjeszthető a kidolgozott módszer.

Kulcsszavak: gamma-spektrometria, aktivitásmérés, modellfüggetlen eljárások, félvezető detektor

BEVEZETÉS

Munkánk fő célja egy olyan mérési eljárás kidolgozása volt, mellyel szilárd térfogati radioaktív minták aktivitása is nagy pontossággal meghatározható modellfüggő szimuláció nélkül. Erre alkalmasnak ítéltük meg a gamma-spektrometria módszert. Ennek előnye, hogy egyszerre lehet vele kvalitatív és kvantitatív információkat szerezni egy mintáról, hiszen a gamma-sugárzás energiaspektruma diszkrét, azaz határozott energiájú emissziós vonalakból áll, amelyek intenzitásaránya kötött. Emellett nagy előnye más módszerekkel szemben, hogy a minták minimális előkészítést igényelnek, így nem csak mesterséges, de környezeti sugárforrások is jól tanulmányozhatóak vele. [1]

Méréseinkhez egy Canberra Industries által gyártott nagy tisztaságú germánium detektort (High Purity Germanium Detector, továbbiakban HPGe) használtunk [2][3][4]. Az eszköz gamma-fotonok mérésére alkalmas, ugyanis azok a detektor érzékeny térfogatában kölcsönhatnak a germánium kristállyal, így leadva az energiájukat. A lehetséges kölcsönhatások a fotoeffektus, a Compton-szórás és a párkeltés. Ezen kölcsönhatások bármelyike is megy végbe, egy vagy kettő elemi töltéssel rendelkező töltött részecske kezd el mozogni a kristályrácsban. Ezek a detektorban haladva elektron-lyuk párokat hoznak létre az elektronokat a vezetési sávba taszítva. Mivel a meglökött elektronok energiája 1 MeV nagyságrendű, a tiltott sáv pedig csak pár eV, így mozgásuk során ezek a részecskék 10^5 – 10^7 töltéshordozó párt is létrehozhatnak a beérkező foton energiájától függően.

A mérés azon alapul, hogy ezt a kiszabadított töltésmennyiséget határozzuk meg egy rövid idő ($\approx 10 \mu s$) alatti begyűjtéssel. Ahhoz, hogy az elektron-lyuk párok ne tudjanak rekombinálódni, hanem eljussanak az elektródákig, nagyfeszültséget (1500V) kapcsolunk a detektorra. Továbbá a műszert hűtjük is folyékony nitrogénnel, különben anélkül is kilépnének elektronok, hogy sugárzás érte őket. A detektor jelét egy spektroszkópai erősítő felerősíti és megformázza, így egy rövid, néhány volt amplitúdójú jelet kapunk minden foton beérkezése után. Ahhoz, hogy ebből az elektromos jelből egy spektrumot kapjunk, egy analízátor felvesz egy vektort, melynek elemszáma konfigurálható 1024 és 8196 között. Mi főként 2048 csatornával végeztünk méréseket. Kezdetben a vektor minden eleme nulla. Ezután a beérkező analóg jelek csúcsertékét az analízátor digitalizálja és egy számmal jellemzi 0 és 2047 között. Ezzel kijelöli a vektor egy elemét, mely a beütés csatornája lesz, majd ezen elem értékét eggyel megnöveli.

Ezáltal kapunk egy spektrumot, ahol látjuk, hogy a mérés során a különböző csatornákon hány beütést mért a detektor. Mivel a detektorban leadott energia és a csatorna száma között egyértelmű megfeleltetés áll fenn, így ebből később elkészíthetjük a mérés energia-spektrumát. A műszer véges energiafelbontása miatt egy adott energiához tartozó beütéseket több csatornában elkenődve találunk, ezek egy csúcsot alkotnak. A detektor felbontása függ a

keletkező elektron-lyuk párok számától (így energiafüggő), illetve attól is, hogy mennyire stabil, és mennyire pontosan van beállítva az erősítő nullszintje. Ahhoz tehát, hogy az egyes izotópok aktivitását meghatározzuk, a hozzá tartozó csúcsok alatti területet kell kiszámolnunk. Figyelembe kell venni azonban a háttérrel, így a teljes csúcsterületek helyett a nettó csúcsterületeket használjuk, melyet a háttér levonásával kaphatunk. A háttérrel azért vonhatjuk le a teljes csúcsterületből, mert ez a kettő egymástól teljesen független, a háttérrel a magasabb energiájú fotonok által leadott energiatöredékek hozzák létre. [5]

HATÁSFOKGÖRBE

Pontszerű források aktivitását az alábbi képlettel számolhatjuk:

$$A = \frac{N}{I \cdot t \cdot \eta} , \quad (1)$$

ahol N a mért nettó csúcsterület alatti beütések száma, t a mérés időtartama (a holtidő figyelembevétel után), I a gamma-foton intenzitása, η pedig a detektor hatásfoka az adott energián. Ebbe az értékbe beletartozik a detektor fizikai hatásfoka és az a térszögfaktor is, mely azt mutatja, hogy a vizsgált helyről kiinduló fotonok mekkora része indul el ténylegesen a detektor irányába.

A fenti képletben található intenzitás alatt azt értjük, hogy mekkora eséllyel keletkezik az adott energiájú foton egy α vagy β bomlást követően. Ezt irodalmi hivatkozásban szereplő táblázatokból lehet kikeresni, mi a Brookhaven National Laboratory [6] adatait használtuk. Innen vettük a vizsgált fotonok pontos energia értékeit is, mivel az energia kalibráció során csak pár keV-os pontossággal határoztuk meg a csúcsok energiáit, majd utána azokat azonosítottuk be a szakirodalomban található gamma-energiákkal. Az energia kalibrációt a ^{226}Ra spektrumában felismerhető jellegzetes csúcsok segítségével végeztük.

Visszatérve az (1)-es egyenletre, látható, hogy a jobb oldalon csak a detektor hatásfokát nem ismerjük, ezért érdemes ennek megfelelően átrendezni az egyenletet:

$$A \cdot \eta = \frac{N}{I \cdot t} . \quad (2)$$

Ez a mennyiség már mérésekből közvetlenül meghatározható. Mivel a laboratóriumunkban végzett előzetes méréseknek köszönhetően [7] rendelkezésünkre állt egy ismert aktivitású ^{60}Co pontforrás, így egy energián meg tudtuk határozni a detektor hatásfokát egy adott távolságból. Ez az energia az előbb említett Co-izotóp nagyobb gamma-energiája, $E_0 = 1332,492 \text{ keV}$. Mivel a minta aktivitása 2022.07.28-án:

$$A_{Co} = (9,835 \pm 0,044) \text{ kBq} , \quad (3)$$

így a mintát 13 cm-rel a detektor felett elhelyezve, felhasználva a (2)-es képletet, a mérés idején az alábbi hatásfok adódott:

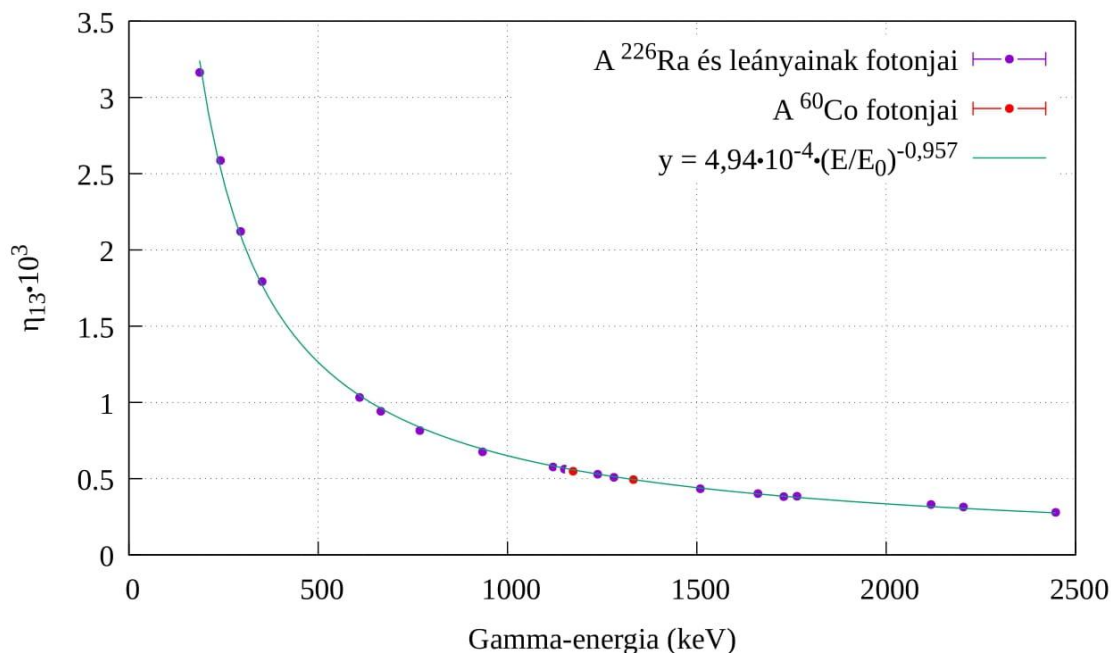
$$\eta_{13}(E_0) = (4,941 \pm 0,024) \cdot 10^{-4} . \quad (4)$$

A ^{60}Co egy alacsonyabb energián, 1171 keV-on is sugároz, azonban ez a két energia túl közel van ahhoz, hogy ebből a teljes vizsgált energiatartományra extrapoláljuk a hatásfokot. Emiatt használtunk egy sok különböző energián sugárzó ^{226}Ra mintát is.

Itt minden energián ki tudtuk számolni a (2)-es egyenletben feltüntetett értéket. Az adatpontok bizonytalanságának meghatározásához a beütések számából eredő statisztikus bizonytalanságot és az intenzitásértékek bizonytalanságát vettük figyelembe.

Fontos, hogy különböző pontszerű sugárforrások esetén az $A \times \eta$ értékek csak egy konstans szorzóban térnek el. Felhasználva a ^{60}Co minta korábban kiszámolt hatásfokát,

meghatározható ez a konstans és így a hatásfokgörbe a teljes vizsgált energiatartományra¹. Ez látható az 1. ábrán.



1. ábra. A ^{226}Ra és ^{60}Co gamma-energiáira kapott hatásfokok az energia függvényében, a ^{226}Ra pontjaira illesztett függvénnel együtt. ($E = 1332 \text{ keV}$)

Az illesztésből megkaptuk a hatásfokgörbét erre az elrendezésre:

$$\eta_{13}(E) = 4,941 \cdot 10^{-4} \cdot \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-0,957}. \quad (4)$$

Az illesztésnél azért ilyen empirikus függvényalakot választottunk, mert a HPGe detektor esetén éppen jól leírja a hatásfok energiafüggését. A hatásfokgörbe így különböző magasságokból is meghatározható. A 13 cm csak egy tetszőlegesen választott magasság, az egyedüli szempont, hogy a minta ne legyen túl közel, hiszen akkor az összegcsúcs probléma is gondot okozna. Ennek lényege, hogy amikor a minta két fotonja gyorsan egymás után érkezik a detektorba, az a spektrumban úgy jelenik meg, mint a két beérkezett foton összenergiájával rendelkező foton. Ezzel az a probléma, hogy az eredeti fotonok hiányozni fognak a fotocsúcsokból, melyeknek a területét vizsgáljuk.

HATÁSFOKGÖRBE BIZONYTALANSÁGA

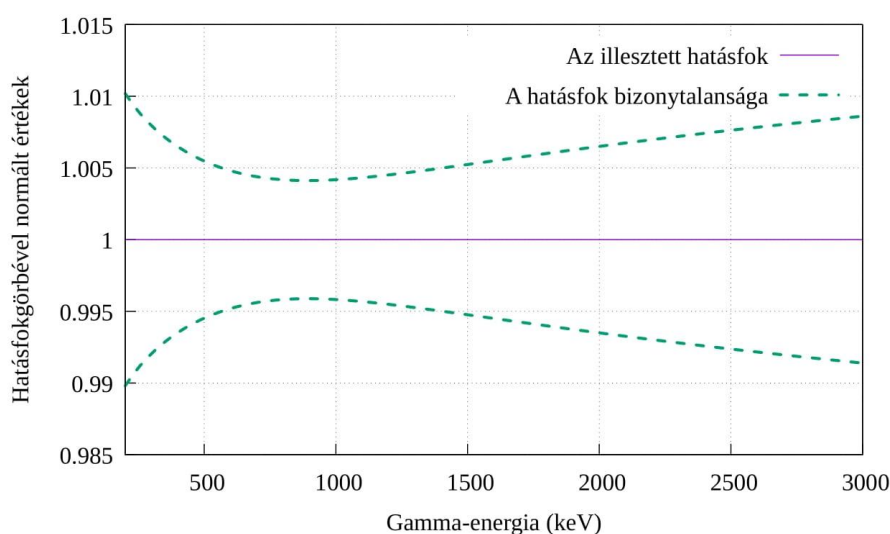
Fontos kérdés volt a hatásfok értékek bizonytalanságának meghatározása, hiszen később csak így lehetett jó becslést adni a vizsgált minták aktivitásainak bizonytalanságára is. A hatásfokok hibájának kiszámítása matematikailag bonyolult feladat, viszont jó intuitív megoldást kaphatunk, ha azt tartjuk szem előtt, hogy az $E = E_0$ pontban a függvény bizonytalansága a ^{60}Co mintánál kapott bizonytalansággal egyezik.

¹Az energiatartomány alja 186 keV, teteje pedig 2448 keV, mivel ilyen energiájú gamma-fotonokat vizsgáltunk.

Ezek alapján felvettünk egy „hamis” adatpontot E_0 energián, mely éppen a korábban említett $A \times \eta$ függvényre illeszkedett. Ezután a pont hibáját úgy állítottuk be, hogy amikor elvégeztük a függvényillesztést, akkor a függvény bizonytalansága abban a pontban éppen egyezzen meg a (4)-es egyenletben feltüntetett bizonytalansággal. Ekkor a Gauss-féle hibaterjedés képletét felhasználva az illesztési paraméterekből és azok bizonytalanságából meghatározható a hatásfok bizonytalansága:

$$\sigma_{\eta}(E) = \left(\frac{E}{E_0}\right)^b \cdot \left[\sigma_a^2 + a^2 \ln^2\left(\frac{E}{E_0}\right) \cdot \sigma_b^2 + 2a \ln\left(\frac{E}{E_0}\right) \cdot \sigma_a \sigma_b \cdot \text{cor}(a,b) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

ahol a és b a függvény paraméterei, σ_a és σ_b rendre ezek bizonytalansága, $\text{cor}(a,b)$ pedig ezek korrelációja. Behelyettesítve a kapott értékeket megkapjuk a hatásfok relatív bizonytalanságát, ez látható a 2. ábrán.



2. ábra. A hatásfok relatív bizonytalanságát jelképező tartomány az energia függvényében

Látható, hogy a hatásfok bizonytalanságát a teljes tartományon sikerült 1%-os pontossággal meghatározni, csak kísérleti módszereket használva.

ÖNABSORPCIÓ MEGHATÁROZÁSA

Az eddig leírt eljárásokat alkalmazva nagy pontossággal meg tudjuk határozni pontszerű minták aktivitását. Célunk viszont, hogy ezeket az ismereteket felhasználva szilárd térfogati radioaktív minták aktivitását is megadhassuk. A legnagyobb különbség szilárd térfogati radioaktív minták esetén az önabszorpció jelensége és a detektor hatásfokának (pontosabban térszögének) változása. Ez sokkal nehezebbé teszi az ilyen minták vizsgálatát, hiszen közvetlen mérésekből nem tudjuk meghatározni a minta abszorpciós jellemzőit.

A mintából kiinduló fotonok kölcsön tudnak hatni a minta anyagával is, így az önabszorpció nem csak a minta geometriájától, hanem annak anyagi összetételétől is függ. Az elnyelődés mértéke természetesen energiafüggő is.

Önabszorpciós együtthatónak nevezzük azt a 0 és 1 közötti számot, mely megmutatja, hogy a mintából induló fotonoknak mekkora hányada jut ki a mintából energiavesztés nélkül. Egyből kivonva ezt az együtthatót megkapjuk az elnyelődött² fotonok arányát.

Ahhoz, hogy ezt az együtthatót meghatározzuk, abszorpciós méréseket érdemes tanulmányozni. Egy ilyen abszorpciós vizsgálat során két mérést végzünk, ez látható a 3. ábrán. Először a minta fölé helyezünk egy pontforrást, majd a pontforrást otthagyva eltávolítjuk a mintát. A két mérés során mért beütések arányából kapjuk az ezen elrendezésre jellemző önabszorpciós együtthatót.

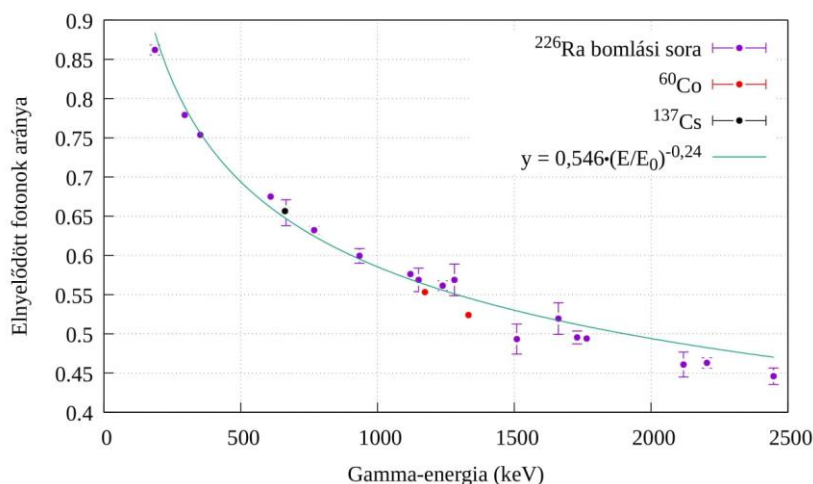
Célunk volt megőrizni a módszer általánosságát, viszont ahhoz, hogy kiderüljön, mennyire jól működnek a következőkben leírt eljárások, választani kellett egy mintát, amivel tesztelni lehet azokat. A választás egy gránithengerre esett, mely ^{238}U -tartalma révén sok különböző energián sugároz, így alkalmas lesz ellenőrzésre.



3. ábra. Bal oldalon a gránithenger átvilágítása ^{226}Ra tartalmú mintával, jobb oldalon a henger nélkül végzett mérés

Az átvilágítást a már korábban is használt ^{226}Ra tartalmú és egy kis ^{137}Cs tartalmú mintával is elvégeztük, így jobban lefedve az energiatartományt. A kapott eredmények a 4. ábrán láthatóak.

² Ebben a kontextusban az összes fotont, amely valamilyen módon kölcsönhat a mintával (tehát nem jelenik meg a teljes energiás csúcsban) „elnyelődöttnek” hívunk.

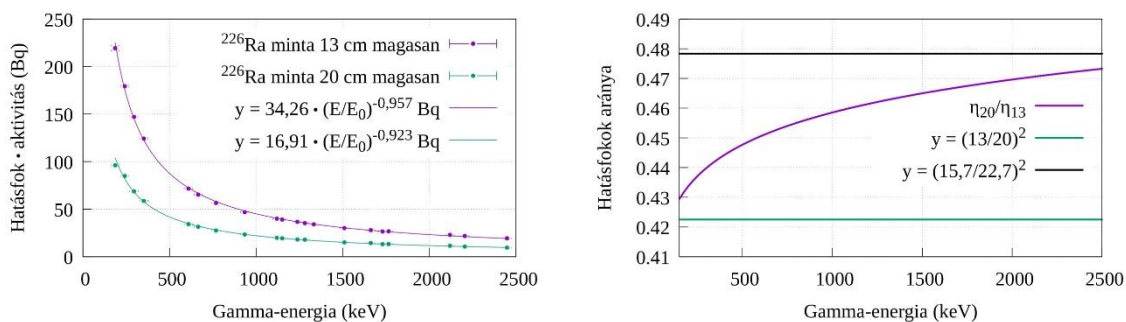


4. ábra. A hatásfok relatív bizonytalanságát jelképező tartomány az energia függvényében

HATÁSFOK TÁVOLSÁGFÜGGÉSE

Pontszerű mintákkal szemben különbség még szilárd térfogati radioaktív minták esetén, hogy nem alkalmazhatunk csak egy hatásfokgörbét, hiszen a minta különböző pontjai más-más távolságra helyezkednek el a detektor érzékeny térfogatától. A hatásfok távolságfüggésének pontos meghatározásához egy állvány segítségével precízen meg kéne határozni a hatásfokgörbét minden távolságból. Ez egy nagyon időigényes folyamat, azonban elméleti megfontolások segítségével és a korábbi méréseket felhasználva így is jó becslés adható a keresett összefüggésre.

Fel kell tennünk, hogy egyenlő energiájú, függőlegesen haladó fotonok mindegy, hogy honnan érkeznek, a detektorban azonos hatásfokkal adják le az energiájukat. Ekkor logikus, hogy a távolság csak azt befolyásolja, hogy a fotonok mekkora hányada találja el a HPGe-t, hiszen változik a térszög, amely alatt a kiindulási pontból a detektor látszik. Ennek ellenőrzésére tekintsük a két különböző távolságból mért hatásfokgörbe arányát, mely az 5. ábrán látható.



(a) Ugyanazon rádium tartalmú mintával, a detektor felett 13 cm és 20 cm magasságban végzett mérésekből származó hatásfok és aktivitás értékek szorzata és azokra illesztett függvények az energia függvényében.

(b) A két hatásfokgörbe aránya és a térszögek aránya a detektorban való maximális és minimális elnyelődésnél a gamma-energia függvényében

5. ábra. A két hatásfokgörbe és azoknak aránya

A görbék aránya amiatt nem állandó, mivel az energia függvényében változik a detektorban a fotonok átlagos elnyelődési mélysége. A detektort a továbbiakban végig egy körlapnak tekintjük (hiszen a teljes térfogata egy henger). Ami változik az energia függvényében, hogy ez a körlap milyen távol van a fotonok kiindulási helyétől. Ez befolyásolja ugyanis, hogy mekkora térszögben látszik a körlap, tehát a fotonok mekkora hányada találja el. Az 5b ábrán feltüntetett arányt felhasználva az átlagos elnyelődési mélység az energia függvényében meg is határozható, ha figyelembe vesszük, hogy a relatív térszög négyzetesen függ a távolságtól. Az így kapott összefüggést későbbi számításaim során felhasználtam.

GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSOK

Ahhoz, hogy szilárd térfogati radioaktív minták aktivitását kiszámolhassuk szükséges egy program, amellyel a korábban levezetett összefüggések alkalmazhatóak, ezt python nyelvben írtuk. Ez a program nem használ semmilyen fizikai modellt, csak geometriai számításokat végez.

Bár az abszorpciós méréseknél sikerült meghatározni arra a geometriára jellemző önabszorpciós együtthatót, ez nem egyezik meg a minta tényleges önabszorpciós együtthatójával. Ennek oka, hogy az átvilágítás során a pontforrásból kiindult fotonokat vizsgáltuk, nem a mintából kiindulókat. Ahhoz, hogy meghatározzuk a mintából kiindult fotonok közül mennyi nyelődött el, ki kell számolni ezeknek az átlagos úthosszát a mintában. Emellett ki kell számolni, hogy az átvilágítás során mekkora utat tettek meg a fotonok a mintában és ebből a két eredményből már kiszámolható a minta tényleges önabszorpciós együtthatója. Ehhez fel kell használni, hogy az átlagos túlélési valószínűsége egy fotonnak a megtett távolság függvényében:

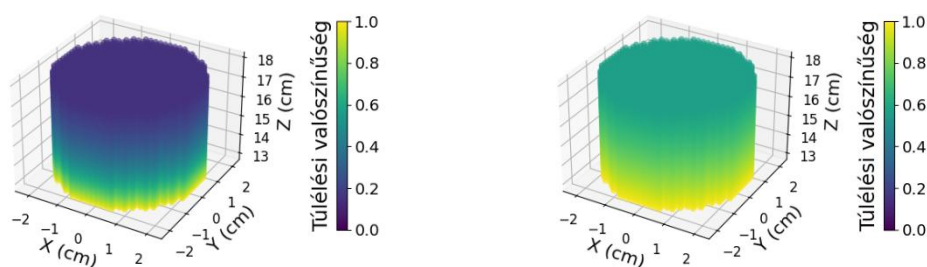
$$S(L) = e^{-\kappa \cdot L}, \quad (7)$$

ahol $S(L)$ a túlélési valószínűség, L a megtett úthossz, κ pedig egy anyagra és foton energiára jellemző paraméter, ez az, amit az abszorpciós mérések segítségével meg tudunk határozni. Figyelembe kell venni a relatív térszöget is, mely az alábbi képlettel írható fel: [8]

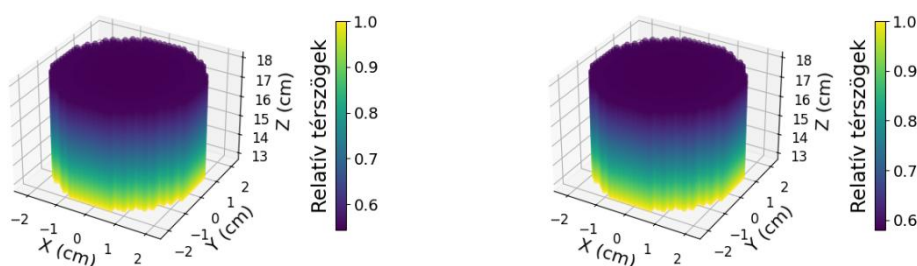
$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + (z_0 + D(E))^2}}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + (z_0 + D(E))^2 + R^2}} \right), \quad (8)$$

ahol $D(E)$ a detektorban vett átlagos elnyelődési mélység, R a detektor sugara, (x_0, y_0, z_0) pedig a foton kiindulási helye.

A számítás során a hengert kis darabokra osztottuk fel és minden létrejött kis térfogatelem esetén kiszámoltuk az átlagos úthosszt és a relatív térszöget, ezek eloszlása látható a 6. és 7. ábrákon. Ehhez nagyon sok véletlenszerűen generált pozíciójú és irányú fotont generáltunk a kis térfogaton belül, majd mindegyiknek kiszámoltuk a mintán belüli úthosszát és a túlélési valószínűségét, végül ezeket külön-külön átlagoltuk.



6. ábra. Átlagos túlélési valószínűségek a mintában, bal oldalon 186 keV, jobb oldalon 2447 keV energiájú fotonok esetén



7. ábra. Relatív térszögek eloszlása a mintában, bal oldalon 186 keV, jobb oldalon 2447 keV energiájú fotonok esetén

Az (1)-es egyenletben a hatásfokot kifejtve az i -edik kis darabka aktivitása az alábbi képlettel számolható:

$$A_i = \frac{N_i}{I \cdot t \cdot \beta_i(E) \cdot \eta_{\Omega_i}(E) \cdot \eta_{13}(E)} . \quad (9)$$

Itt N_i az adott térfogatelemben létrejött, a detektort elérő fotonok száma, $\eta_{\Omega}(E)$ a relatív térszög, $\beta_i(E)$ az adott darabhoz tartozó átlagos túlélési valószínűség, $\eta_{13}(E)$ a detektor hatásfoka pontforrások esetén 13 cm távolságból. Ez utóbbi három függ a foton energiájától és szorzatuk a tényleges hatásfok az adott távolságban.

Ahhoz, hogy a teljes minta aktivitását megkapjuk tehát ezeket az A_i -ket kell összegeznünk. Felhasználva, hogy az N_i -k összege a teljes mért beütésszám:

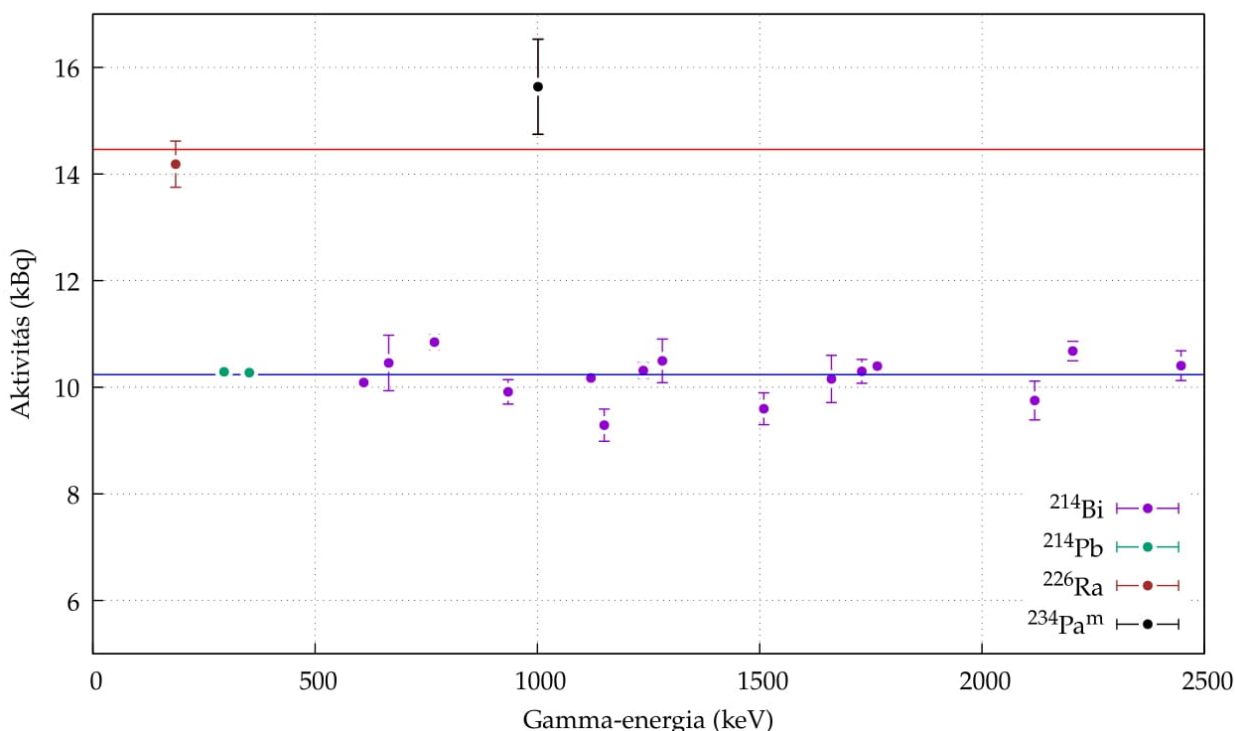
$$A = \frac{N}{I \cdot t \cdot \eta_{13}} \cdot \sum_i^n \frac{1}{\beta_i \eta_{\Omega_i}} . \quad (10)$$

GRÁNITHEGERREL KAPOTT EREDMÉNYEK

Az eddig leírt lépéseket végeztük el a korábban említett gránithenger esetén, az így kapott részeredmények láthatóak a 2. táblázatban. A minta különlegessége, hogy 186 keV-nál kettős csúcs jön létre, ugyanis a ^{226}Ra és a ^{235}U is sugároz ezen az energián. Az uránizotópok

természetes arányából ki tudjuk számolni, hogy az összes beütések mekkora hányada származik a rádium bomlásából, a számolás a *függelékben* látható.

A különböző gamma-energiákon kapott aktivitásokat a 8. ábrán tüntettük fel.



8. ábra. A vizsgált gránittömbben található radioaktív izotópok különböző gamma-energiákon mért aktivitása és az azokra illesztett konstans függvények. $y_1 = 10,237$ kBq, $y_2 = 14,462$ kBq.

Látható, hogy hibahatáron belül megegyezik a ^{226}Ra és a $^{234}\text{Pa}^m$ aktivitása. Ez azt jelenti, hogy a mintában valóban beállt a szekuláris egyensúly, hiszen a $^{234}\text{Pa}^m$ aktivitása a megegyezik az ^{238}U -éval. Minden vizsgált izotópra az aktivitások hibával súlyozott átlagát véve adódik az 1. táblázat.

1. táblázat. A gránithengerben gamma sugárzó különböző izotópok aktivitása és azok bizonytalanságai

Izotóp	A (Bq)
^{214}Bi	10277 ± 38
^{214}Pb	10281 ± 79
^{226}Ra	14185 ± 433
$^{234}\text{Pa}^m$	15638 ± 893

A 8. ábrán szépen elkülönülnek a ^{222}Rn előtti és utáni elemek, hiszen jelentős mennyiségű radon szökik ki a mintából. Ez alapján átlagoltuk az értékeket (az ábrán konstans függvényekkel illusztrálva), ebből a radon utáni elemek átlagos aktivitása: $A_1 = (10237 \pm 35)$ Bq, a radon előtti elemeké pedig: $A_2 = (14462 \pm 390)$ Bq. A $^{234}\text{Pa}^m$ -hoz tartozó adatpontnak azért jóval nagyobb a hibája, a többi adatpontnál, mivel ez a spektrumon egy kis méretű csúcs, így nagy a statisztikus bizonytalansága. Ahhoz, hogy pontosabban meghatározzassuk ezen izotóp

aktivitását, jóval hosszabb mérésekre³ lenne szükség, amikor már ezen csúcs beütéseinek bizonytalansága is lecsökken.

Ha vesszük az A_1 és A_2 aktivitások arányát, meg is tudjuk határozni, hogy mennyi radon szökik ki. Ez ebben az esetben $(29,21 \pm 0,79)\%$. A másik érdekes kérdés, hogy a minta mennyi ^{238}U -t tartalmaz. Ehhez használjuk fel az aktivitás definícióját⁴, melybe az ^{238}U bomlási állandóját $4,916 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ és a radon előtti elemek aktivitását (14462 Bq) beírva a részecskeszámmra $N = (2,94 \pm 0,08) \times 10^{21}$ adódik. Innen felhasználva az urán moláris tömegét:

$$m_{\text{U}238} = (1,17 \pm 0,03) \text{ g}. \quad (11)$$

A minta teljes tömege $m_G = 280 \pm 0,5 \text{ g}$, így az urántartalom tömegezzrelékben kifejezve:

$$\frac{m_{\text{U}238}}{m_G} = (4,18 \pm 0,11) \% . \quad (12)$$

ÖSSZEGZÉS

Sikeresen kidolgoztunk egy általános módszert, amellyel szilárd térfogati radioaktív, önellenő minták aktivitása nagy pontossággal meghatározható. Ehhez először a detektor hatásfokát kell meghatározni egy adott távolságból pontforrások esetén. Ezután a szilárd térfogati radioaktív mintával abszorpciós méréseket végezni, majd az ezekből kapott ismereteket egy geometriai szimulációba ágyazni.

Ezen eljárás segítségével szilárd térfogati radioaktív minták radioaktív-izotópjainak mennyiségét is fel tudjuk mérni, mely sugárvédelmi szempontból fontos ismeret. Módszerünkkel vizsgálható a minta homogenitása és önabszorpciója is, különböző elrendezésekben.

A későbbiekben az eljárás tovább pontosítható, ha több ismert aktivitású etalont használunk az energiakalibráció során, illetve pontosabb méréseket végzünk a hatásfok távolságfüggésének meghatározására.

FÜGGELÉK

Jelölje N_{Ra} a ^{226}Ra , N_{U} pedig az ^{235}U bomlásából származó beütések számát! A kérdés ezen két szám aránya. Ehhez az (1)-es képletet használva:

$$\frac{N_{\text{Ra}}}{N_{\text{U}}} = \frac{A_{\text{Ra}} \cdot I_{\text{Ra}} \cdot \eta \cdot t}{A_{\text{U}} \cdot I_{\text{U}} \cdot \eta \cdot t}.$$

Természetesen a hatásfok és a mérés időtartama azonos mindkét esetben, így ezek kiesnek. Mivel a szekuláris egyensúly már beállt, így a ^{226}Ra aktivitása megegyezik az ^{238}U izotóp aktivitásával. A fenti egyenletben az aktivitások kifejezéséhez használjuk az aktivitás definícióját!

$$\frac{N_{\text{Ra}}}{N_{\text{U}}} = \frac{\lambda_{\text{U}238} \cdot N'_{\text{U}238} \cdot I_{\text{Ra}}}{\lambda_{\text{U}235} \cdot N'_{\text{U}235} \cdot I_{\text{U}235}},$$

³ A Co és Ra mintákkal végzett mérések így is 2–3 naposak voltak.

⁴ $A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N$

ahol N' jelöli a mintában megtalálható atommagok számát az adott izotópból, λ pedig a bomlási állandó. A természetben előforduló uránizotópok aránya állandónak tekinthető a hosszú felezési idejük miatt. Arányuk jelenleg nagyjából $N'_{U238}/N'_{U235} = 136,15$. A bomlási állandókat, intenzitásokat és ezt az arányt behelyettesítve:

$$\frac{N_{Ra}}{N_U} \approx 1,36.$$

Így a csúcs teljes területének és a ^{226}Ra -ból származó beütéseinek aránya nagyjából:

$$\frac{1,36}{1 + 1,36} = 0,578.$$

Ezzel tehát meg kell szoroznunk a kiszámolt aktivitást, hogy megkapjuk a ^{226}Ra ezen gamma-energián mért aktivitását.

2. táblázat. A gránithengerrel végzett mérések végeredményei

Izotóp	E (keV)	A $\cdot\eta$ (Bq)	$\eta_{13} \cdot 10^4$	η_α	β	$\eta_\alpha \cdot \beta$	A (Bq)	σ_A (Bq)
^{226}Ra	186,2	28,34	32,52	0,741	0,437	0,355	14185	433
^{214}Pb	295,2	8,86	20,92	0,745	0,514	0,412	10290	116
^{214}Pb	351,9	7,80	17,68	0,747	0,538	0,430	10275	108
^{214}Bi	609,3	5,04	10,45	0,752	0,603	0,478	10089	60
^{214}Bi	665,4	4,87	9,61	0,753	0,613	0,485	10456	520
^{214}Bi	768,4	4,50	8,37	0,754	0,627	0,496	10846	138
^{214}Bi	934,1	3,51	6,94	0,756	0,645	0,510	9914	229
$^{234}\text{Pa}^m$	1001,3	5,23	6,50	0,756	0,651	0,514	15638	893
^{214}Bi	1120,3	3,18	5,83	0,757	0,680	0,535	10174	105
^{214}Bi	1150,2	2,84	5,69	0,758	0,683	0,538	9289	301
^{214}Bi	1238,1	2,98	5,30	0,758	0,692	0,544	10314	144
^{214}Bi	1281,0	2,95	5,13	0,759	0,696	0,547	10495	410
^{214}Bi	1509,2	2,36	4,39	0,760	0,713	0,560	9597	299
^{214}Bi	1661,3	2,31	4,00	0,761	0,723	0,568	10156	443
^{214}Bi	1729,6	2,26	3,85	0,761	0,727	0,571	10299	224
^{214}Bi	1764,5	2,25	3,78	0,762	0,729	0,572	10397	108
^{214}Bi	2118,5	1,81	3,17	0,763	0,746	0,585	9752	364
^{214}Bi	2204,1	1,92	3,05	0,764	0,749	0,588	10680	183
^{214}Bi	2447,7	1,71	2,76	0,765	0,758	0,595	10405	279

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Kocsonya, A. (2024). Környezeti minták gamma-spektrometriás vizsgálata. **Sugárvédelem**, 17(2), 1–21. Elérhető: https://elftsv.hu/svonline/docs/V17i2/Kocs_V17i2.pdf
- [2] ResearchGate. Technical Drawing of HPGe Detector of Model GC1520. Hozzáférés ideje: 2024-11-10. Elérhető: https://www.researchgate.net/figure/Technical-Drawing-of-HPGe-Detector-of-Model-GC1520-Provided-by-the-Manufacturer_fig3_289472601

- [3] ResearchGate. Manufacturer Parameters and Setup Values for HPGe Detector Model GC1520. Hozzáférés ideje: 2024-11-10. Elérhető: https://www.researchgate.net/figure/The-Manufacturer-Parameters-and-the-Setup-Values_tbl1_289472601
- [4] ResearchGate. Cross-section of a HPGe detector with liquid nitrogen cryostat. Hozzáférés ideje: 2024-11-10. Elérhető: https://www.researchgate.net/figure/Cross-section-of-a-HPGe-detector-with-liquid-nitrogen-cryostat_fig7_329277153
- [5] ELTE TTK oktatói. Gamma-spektroszkópia. Hallgatói labor leírás. Elérhető: <https://atomfizika.elte.hu/akos/orak/sflab/gam.pdf>
- [6] National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory. NuDat 3.0: Nuclear Structure and Decay Data. Elérhető: <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>
- [7] Kovács, B. Cs. (2022). A ^{60}Co gamma-fotonjai közötti szögkorreláció és a forrás abszolút aktivitásának mérése koincidenca-módszerrel. TDK dolgozat.
- [8] Miller, L. E. (1953). Solid Angle of a Circular Disk. *Journal of Applied Physics*, 24(3), 388–391. <https://doi.org/10.1063/1.1721279>

A Kulturális és Innovációs Minisztérium EKÖP-24 kódszámú Egyetemi Kiválósági Ösztöndíj Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.



A Projekt a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal által kibocsátott támogatói okirat alapján valósult meg (a projekt száma: 2024-1.1.1-KKV\FÓKUSZ-2024-00076), az ELTE Asztro- és Részecskefizikai Tématerületi Kiválósági Programjának hozzájárulásával (a projekt száma: NKFIH TKP2021-NKTA-64).

Készült a SOMOS Alapítvány támogatásával.